Lucrarea 7 :
Studiul compunerii oscilaţiilor perpendiculare de pulsaţii diferite. Figuri Lissajoux

1 Consideraţii teoretice

Considerăm un punct material (PM) supus acţiunii simultane a două forţe elastice de constantă elastică diferită, forţe ce acţionează pe direcţii perpendiculare, presupunem in lungul axelor de coordonate Ox, respectiv Oy . Oscilaţiile armonice pe care le efectuează PM, dacă cele două forţe nu acţionează simultan, sunt descrise de ecuaţiile

$$x(t) = X \sin(\omega_1 t + \varphi_1) \tag{1}$$

$$y(t) = Y \sin(\omega_2 t + \varphi_2) \tag{2}$$

Cele două expresii descriu două oscilaţii armonice în lungul axei Ox, respectiv Oy. Considerăm că cele două forţe acţionează simultan. Eliminând timpul între cele două ecuaţii traiectoria PM va fi o curbă oarecare, închisă dacă raportul celor două frecvenţe este un număr raţional, respectiv deschisă dacă raportul celor două frecvenţe este un număr iraţional. Traiectoria PM în situaţia în care curba este închisă se numeşte *figură Lissajoux (Figura 1)*.

Pentru ca traiectoria PM să fie o curbă închisă trebuie îndeplinită condiţia ca PM să treacă printr-un acelaşi punct după un acelaşi interval de timp T':

$$x = x'; \quad X \sin(\omega_1 (t + k_1 T_1) + \varphi_1) = X \sin(\omega_1 (t + T') + \varphi_1) \tag{3}$$

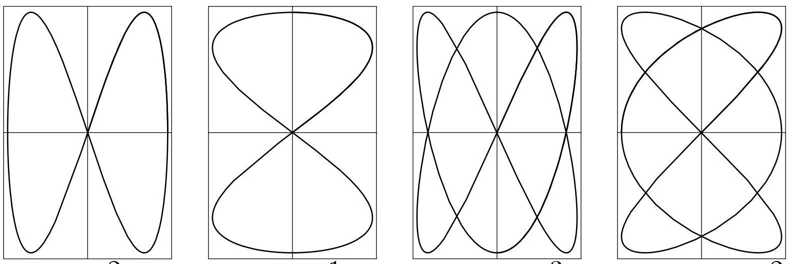
$$y = y'; \quad Y \sin(\omega_2 (t + k_2 T_2) + \varphi_2) = Y \sin(\omega_2 (t + T') + \varphi_2) \tag{4}$$

Din egalităţile de mai sus rezultă condiţiile

$$k_1 T_1 = T', k_2 T_2 = T' \tag{5}$$

adică

$$T' = \frac{2\pi k_1}{\omega_1} = \frac{2\pi k_2}{\omega_2} \Longrightarrow \frac{k_1}{k_2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} \tag{6}$$



$\frac{n_x}{n_y} = \frac{2}{1}$ $\frac{n_x}{n_y} = \frac{1}{2}$ $\frac{n_x}{n_y} = \frac{3}{2}$ $\frac{n_x}{n_y} = \frac{2}{3}$

Figura 1

Metoda figurilor Lissajoux este folosită la determinarea frecvenţei necunoscute a unei oscilaţii cu ajutorul unui osciloscop catodic. Pe o pereche de plăci de deflexie se aplică o tensiune cu frecvenţa cunoscută, debitată de un generator cu frecvenţă reglabilă, iar pe cealaltă pereche de plăci de deflexie se aplică tensiunea de frecvenţă necunoscută. Modificăm frecvenţa tensiunii debitate de generator până când pe ecranul osciloscopului apare figura Lissajoux şi determinăm numărul de puncte în care aceasta este tangentă la laturile verticale, n_y, respectiv orizontale, n_x, ale dreptunghiului ce o încadrează. Raportul acestor numere este egal cu raportul frecvenţelor, fapt ce ne permite să determinăm frecvenţa necunoscută.

2 Modul de lucru

1. Studiul compunerii celor două oscilaţii constă în rularea unui program scris în limbajul de programare TP-7, program ce generează o oscilaţie de frecvenţa necunoscută.

2. La fiecare rulare programul solicită amplitudinea oscilaţiilor ($A1 =, A2 =$), limitele intervalului în care să genereze frecvenţa unei oscilaţii de frecvenţă

necunoscută, frecvenţa oscilaţiei cunoscute cu care vom investiga compunerea celor două oscilaţii, frecvenţă ce poate fi modificată cu un pas solicitat de program.

3. În decursul rulării se afişează pe monitor rezultanta compunerii celor două oscilaţii perpendiculare ce-şi modifică forma cu modificarea frecvenţei cunoscute.

4. Când raportul celor două frecvenţe este un număr raţional curba se închide, încadrânu-se într-un dreptunghi şi devine simetică faţă de axele unui sistem rectangular cu originea în centrul figurii.

5. Se determină numărul de puncte în care curba închisă este tangentă la laturile dreptunghiului.

6. Raportul numărului de puncte în care curba este tangentă la latura verticală, n_y, a dreptunghiului, respectiv, n_x, la latura orizontală, este egal cu raportul dintre frecvenţa necunoscută ν_1, respectiv frecvenţa cunoscută ν_2 :

$$\nu_1 = \frac{n_y}{n_x}\nu_2. \tag{7}$$

7. La fiecare rulare se determină 5 situaţii pentru care curba este închisă.

8. Rezultatele (7 seturi de date) se vor trece într-un tabelul de mai jos

Nr.crt.	n_y	n_x	ν_1[Hz]	ν_2[Hz]
1				
2				
3				
4				
5				
1				
2				
3				
4				
5				
1				
2				
3				
4				
5				
1				
2				
3				
4				
5				
1				
2				
3				
4				
5				
1				
2				
3				
4				
5				
1				
2				
3				
4				
5				